787 7. $\cos \theta = \overline{\chi} \cdot \overline{\chi}$ = x Y 11211 11211

Jy 7 10 7. $\cos \theta = \overline{\chi} \cdot \overline{\chi}$ = x y___ ||= |||y|| ||y|| (Note Look : gensim, wision)

(onsider dat aset Id [weight(x)] Height(x) $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ $\vec{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ ZN YN]

(onsider dat aset Id | weight(x) | reight(x) $\vec{x} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$ $\vec{y} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ XN YN $\cos \theta = x^{T}y$ 11 x 11 11 y 11

Refreeher 10 case Saly X.			. .	
	Sample mean :		<td< th=""></td<>
Now E (x	$J = \lim_{N \to \infty} $	N $\Sigma \pi i$ N i = i
<th> </th> <th> </th> <th>. <td< th=""><th> .</th></td<></th>		 <td< th=""><th> .</th></td<>	.
· · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · ·	· · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · ·

Refner has		 	· · ·	· · ·	· · · ·	· · ·	· · ·
1D case Saly X= [x1	z ~J	· · · · ·	· · · · · · ·	· · · ·	· · · ·	· · · ·	· · · ·
X = Sample mean =	$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$	· · · · ·	· · · ·	· · · ·	· · · · ·	· · · ·	
Now $E[x] = \lim_{N \to \infty} $	N Exi D i= '	· · · · · ·		· · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·		
$\frac{2 \text{ D case}}{\text{E [xy]} = \lim_{n \to \infty} \int_{N}^{1} \frac{1}{2}$		· · · · · ·	 . .	· · · ·	 . .<	· · · ·	
. .	 	· · · · ·	· · ·	· · ·	· · ·	· · ·	· · ·

Refreeher		 	· · · · · ·	· · · · · · · ·
1D Case Saly X= [×1	Ten k
X = Sample mes	$m = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$	· ·	· · · · · ·	· · · · · · · · ·
Now E[x] = lim N→ &	$\frac{1}{2}$ $\mathcal{Z}_{\mathcal{I}}$	<th> </th> <th>. .</th>	 	. .
$\frac{2DCase}{E[XY]} = \lim_{n \to \infty} 1$	N $\int Z x i y i =$ N i = i	$\begin{array}{c} \text{Lim} & \underline{1} \\ N \rightarrow & N \end{array}$. .
			· · · · · ·	

$E[x] = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \frac{z}{z}$. .<
$\frac{2DCase}{E[XY]} = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{2} \sum_{i=1}$		Lim N → ∞	T 1 2 N	J J	
$E[x^{2}] = \lim_{\substack{N \to \infty \\ N \to \infty}} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{2}{i}$ $E[x^{2}] = \lim_{\substack{N \to \infty \\ N \to \infty}} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{2}{i}$. .<		 · · · · · · · · · <li· li="" ·="" ·<=""> · · · · <</li·>
	 . .<	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	 . .<

$E[x] = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \frac{z}{z}$	
$\frac{2DCase}{E[XY]} = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{N} = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{N} = \lim_{i = 1} \frac{1}{N} = \frac{1}{N}$	$\begin{array}{ccc} I & \mathcal{I} & \mathcal{I} \\ I & \mathcal{I} & \mathcal{I} \\ N & \mathcal{I} & \mathcal{N} \end{array}$
$E[x^{2}] = \lim_{\substack{N \to \infty \\ N \to \infty}} \frac{1}{N} \sum_{\substack{i=1 \\ N \to \infty}}^{N} \frac{2}{N} \sum_{\substack{i=1 \\ N \to \infty}}^{N} \frac{1}{N} \sum_{\substack{i=1 \\ N \to \infty}}^{N} \sum_{\substack{i=1 \\ N \to \infty}}^{N$. .
$Cos \theta = \frac{z}{ z } \frac{y}{ y }$. .

 $E[x] = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \frac{z}{z}$ 2D Case lim 127 N-RN $E[XY] = \lim_{n \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} y_i$ 2 $E[x^2] = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} \frac{1}{N}$ $E[\gamma^2] = \lim_{N \to \infty} \frac{1}{N} \frac{\xi \gamma^2}{\xi \gamma^2}$ E[XY] $\cos \theta = \chi \chi$ VE[x2] VE[Y2] Ilall IlyIl Assuming as length vectors

· · ·	9		•			C	X``	י אר י			- - -	X	· · · ·	n E				Å		•	•	•	•	E	[2	⟨♪ 	ר י	•	2			Z z	•	Z	Å	F		, Y	, C ·	2(1	4)	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	•
· · ·	· · ·	· · ·	•		jh	y	•		i 2		gli	9	•	•	S		•		1	tie	9n	•			•	•	9	2			M.) C) -{ 1	da he	nu R 1		2		•	•	•	· · ·	
• •	• •	• •		•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	•	• •		•	•	•	•		•	•	•	•		•		
	• •					•	•							•		•	•										•		•		٠						٠				•	• •	
	• •			٠	•		•	•	•	•	•	•	•		•			•	•	•	•					•	•	•	• •		•		•	•	•	•			•	•	•	• •	•
	• •	• •	•	•			•			•	•	•	•	•		•	•		•		•		•		•	•	•	•		•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•	• •	•
	• •						•																								٠												
			٠			•	•							•		•	•		•								٠	•	•		٠	•	•				٠				•	• •	
• •	• •	• •	٠	٠	•	٠	•	•	•	•		•	•	•	٠		•	•	•	•	•			•	•	٠		•	•	٠	٠			•		•		٠	•	٠	•	• •	٠
• •	• •		•		•		٠	•	•	٠		٠	٠	0	٠	٠	0	•		•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠			٠	٠	0	٠	٠		٠	٠	•	٠	•	•	• •	
	• •	• •		٠	٠		•	•	•	•	•	٠	•	٠	•	•	•	•	•	•	٠	•	٠		٠	•	•		• •	•	٠	٠	٠	٠	•	•	•	٠	٠	•	٠	• •	٠
			•	•		•	•			•	•	•	•	•		•	•		•	•			•		•		•	•			•	•	•	•	•		•				•		
• •					•		•				*		•	٠				•			٠				٠		•		• •		٠			٠	*		•		٠		•		
	• •		0	٠	٠					•		٠	٠				٠	•		٠	٠				۰						٠			٠			•	٠	٠			• •	٠
	• •					•	•	•		•	٠		•	•	•	•	•		•	•						•	٠	•				•	•		٠		•				•	• •	
	• •		٠		٠	٠	٠	•	•	٠	٠	٠	٠		•	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	•	٠	٠	٠	٠		٠	٠	0	٠	٠	٠	•	•	•	•	•	٠	• •	
	• •	•			•	•	٠	•	•	•		•	•		٠	٠	•	•	٠	•	•	•	٠	٠		٠	٠	٠	•	٠	٠		٠	•		•	٠	٠	•	•	٠	• •	•
• •	• •		٠		•	•	•	•	•	•	٠	•	•	•	•	•	•		•	•		•	•	•	•	•	٠	•	•	٠	٠	•	٠	•	•	•	٠			٠	•	• •	٠
	• •		•	•		•	•			•		•	•	•	•	•	•		•	•	•		•	•	•	•	•	•		•	•	•	•	•		•	•	•		•	•		•
													•	٠					•													٠	•										
							٠				0				•				0				٠	٠		٠		0		•	٠		٠		0						0		
• •	• •	• •	٠	٠	٠	•	•			•	•	٠	•	0	•	٠	٠	•	•	٠	٠		•		٠		٠	•	• •	•	٠	0	٠	٠	•		٠		٠	٠	•	• •	٠

	E		$=$ ($+$ $\stackrel{\circ}{=}$ $\stackrel{\circ}{$	ziyi	ΈĹΧ	/] = ₹	$z zy P_{x,y}(x,y)$	•
	wh	iz yu	ngle	Sum mation	· · · · · ·	on m	double ~ Other,	•
								•
								•
• • • •		• • • •					· · · · · · · · · · · · ·	
					• • • • •			
• • • •								•
						2 / /		
						· · · · ∕ · · ·	. /	
						//	· · · · / · · · · · · ·	
								•
• • • •		• • • •				· · · · · · · ·		
• • • •		• • • •						
					• • • • •			٠
								٠
• • • •	• • • •	• • • •	• • • • •		• • • • •			

•	•	9	• • • • •	•				•۲ <u>]</u>			(ł	, ; ;	n E '		z .	ጸነ			· · ·	EC		• • •	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	ZZ	Zz	•	X		P×	د د بر ۲ د	y (7			· · ·
•	•	•	· · ·	•		jh.	¥		، آگ	ng	le	•		s h		W P	ti	• • • • • •		M	· · ·	Ø	n n n n	• • •	• • • • • • • • • • •) 0)4	ds hes). 2 ,		مر بر	 	· · ·	•	· · ·
•	•	•	• •	•	•	• •	•	•	•	• •	•	•		•		•	•	• •	•	•	• •	•	• •	•	• •	•	•	•	• •	•	•	• •		•	
•	•	•	• •	•	•	• •	•	•	•	• •	•	•	• •	•	• •	•	•	• •	•	•	• •	•	• •	•	• •	•	•	•	• •	•	•	• •	• •	•	• •
٠	٠	٠		٠	٠	• •	٠	٠	٠	• •	٠	•		٠		÷	٠	• •	٠	٠	• •	٠	• •	٠	• •	٠	٠	٠	• •	•	*	• •	•	٠	
•		•	• •	•	*	• •	٠	•	•	• •	•	•	• •		• •	•		• •	•	•	• •		• •	•	• •	•	•		• •	•		• •		*	• •
	•	•		•	•		•	•	•		•	•		•		•	•	• •	•	•		•		ĺ		/	, T	\ \			•			•	• •
		•																							. /			\mathbf{A}					•		
		•										•													. /.	٠				•					
•	٠	٠	• •	٠	٠	• •	•		*	• •	•	٠	• •		• •	٠	٠	• •	٠	٠	• •		· ·		· / ·				\rightarrow		. /	7	•	٠	• •
٠	•	0	• •		•	• •			•					•	• •		•	• •		•	• •	. 7				/-	\pm	\blacksquare	4	\mathcal{F}	_//	- · ·	•	•	• •
•	٠	٠	• •	٠	٠	• •	٠		*	• •	•	•	• •	0	• •	٠	0	• •	٠	٠	• •	0	• •	ľ		4	+	+	Ŧ	Ŧ	7/ .		•	٠	• •
	•	•			•	• •			•		•	•		•		•						•			X-	4	7	Į	4	[]		Υ.		•	
									•								*			٠		٠		Ž			6			_				•	• •
											٠															• >	<								
	•	•	• •		•				•									• •			• •	•	• •		• •		•	•		•			•	•	• •
	•	•							•					•	• •		•					•	• •			•		•		•			•		• •
•		٠	• •	٠	٠	• •	٠	٠	٠	• •	٠	٠		٠	• •	٠		• •	٠	٠	• •			٠	• •	٠			• •	•	٠	• •		٠	• •
	•	•	• •	٠	٠	• •	٠	٠	٠	• •	٠	٠	•	٠	• •	٠	0	• •	٠	٠	• •		• •	٠	• •	٠		۰	• •	•	*	• •		•	• •
•	•	•	• •	•	*	• •	•	•	•	• •	٠	•		٠	• •	٠	٠	• •	٠	•	• •	•	• •	*	• •	*	•	•	• •	•	*	• •	•	*	• •
				•			•				•								•																

 $\Theta) \quad E[XY] = H \stackrel{n}{\underset{i=1}{\overset$ why single summation in one and double in other.

0) $E[XY] = H \stackrel{n}{\underset{i=1}{\sum}} x_i y_i \qquad E[XY] = \mathcal{E} \stackrel{x \to y}{\underset{i=1}{\sum}} x_i y_i \qquad E[XY] = \mathcal{E} \stackrel{x \to y}{\underset{i=1}{\sum}} x_i y_i \qquad y_z \qquad$ one ont double in Other, why single summation in weigh over all (71.y) by fxir(715) or fxir(-1.y)

$\Theta) E[XY] = (f \stackrel{n}{\underset{i=1}{\overset{i=1}{$	$E[XY] = \sum_{y \neq z} x_y P_{x,y}(x_y)$
why single summat	ion in one ont lowle in Other,
y X Samples are distributed as fer f x, y	z $\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}{\frac{1}$

Un covelates \$ Independence $Cov(\pi,\pi) = 0$ Say Xn U(-1,1) $\gamma = \chi^2$

Un covelates \$ Independence $Cov(\pi,\pi) = 0$ Say Xn ((-1,1) $\gamma = \chi^2$ $E[xy] = E[x^3] =$

Un covelated \$ Independ	denee	· · · · ·	· · · ·	· · · · · · · · ·	•
Cov(x, y) = 0	· · · · · · · · · ·	· · · · ·	· · ·	· · · · · · · ·	•
Say Xn U(-1,1)		· · · · ·	· · ·	· · · · · · · · ·	•
$Y = X^{2}$ $E[XY] = E[X^{3}] =$	$\int_{-1}^{1} \frac{\partial }{\partial x} \frac{\partial }{\partial x$	 · · · · · · · · <l< th=""><th> · ·<</th><th>. .</th><th>· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·</th></l<>	 · ·<	. .	· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·
				. .	•
· · · · · · · · · · · · · · · · · · ·	· · · · · · · · · · ·	· · · · ·	· · ·	· · · · · · · ·	•

	1 covelates > Independence
· · · · ·	Cov(x,y) = D
 · · · · 	$S_{ay} \times n ((-1,1))$
· · · · ·	$E[xy] = E[x^3] = 0$
· · · · · · · · · · · · · · ·	$E[x] = \int x dx = \frac{x^2}{2} \int = 0$
	$\therefore (v v [x,y] = E (xy] - E(x] E(y] = 0$
· · · · ·	· ·

Un covelated \$ Independence	· · · · · · · · · ·	•
$Cov(\pi,\pi) = D$	· · · · · · · · ·	•
$S_{ay} \times n (-1,1)$ $\gamma = \chi^2$. .	•
$E[xy] = E[x^{3}] = 0$ $E[x] = \int_{x} ax = \frac{x^{2}}{2} \int_{x}^{1} = 0$.	· · · · ·
$-i$ $Cov[x,y] = E[xy] - E[x]E[y] = 0$ But clearly $Y = x^2$ $Y is dependent$	On X	